

CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP.HCM

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh Phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2014-2015

MÔN: TOÁN

Thời gian: 120 phút

(Dùng chung cho các lớp chuyên: Toán, Văn và tiếng Anh)

Câu 1: (2 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 - 2(3m-1)x + m^2 - 6m = 0$ (x là ẩn số, m là tham số)

a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

b) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm nói trên. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 41$.

2. Thu gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$

b) $B = \left(\frac{x+\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - 2 \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+2} \quad (x, y > 0)$.

Câu 2: (2 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \frac{1}{2}x - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3: (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9}{x^2+4x} + 2y = 1 \\ (x+2)^2 - 8y = -15 \end{cases}$$

b) Giải phương trình: $(x^2 - x + 1)^4 + 4x^2(x^2 - x + 1)^2 = 5x^4$.

Câu 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có O là trung điểm BC. Đường tròn đường kính BC cắt hai cạnh AB và AC lần lượt tại N và M. Gọi H là giao điểm của BM và CN, đường thẳng AH cắt BC tại K. Gọi I là trung điểm AH.

a) Chứng minh $AK \perp BC$, $AN \cdot AB = AM \cdot AC = AH \cdot AK$

b) Chứng minh O, N, M, I cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh tứ giác MOKN nội tiếp.

d) Gọi E là trung điểm BM, biết $BN = NM = 2\sqrt{5}$ cm và $MC = 6$ cm. Tính BC.

 HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1:

1) $\Delta' = (3m-1)^2 - (m^2 - 6m) = 8m^2 + 1 > 0, \forall m$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

2) Theo hệ thức Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2(3m-1) = 6m-2 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 6m \end{cases}$$

Do đó $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 x_2 = 41 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2 = 41 \Leftrightarrow (6m-2)^2 - 5(m^2 - 6m) = 41$

$\Leftrightarrow 31m^2 + 6m - 37 = 0 \Leftrightarrow (m-1)(31m+37) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \text{ (nhận)} \\ m=\frac{-37}{31} \text{ (nhận)} \end{cases}$

2)

a)
$$A = \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{10}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}(3+\sqrt{5})}{2(\sqrt{5}+1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{5}-1)(3+\sqrt{5})}{2(\sqrt{5}+1)} = \frac{3\sqrt{5}+5-3-\sqrt{5}}{2(\sqrt{5}+1)} = \frac{2\sqrt{5}+2}{2(\sqrt{5}+1)} = 1$$

b)
$$B = \left(\frac{x+\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - 2 \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - 2 \right] (\sqrt{x}+2) = (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2) = x-4$$

Câu 2:

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là $\frac{-1}{4}x^2 = \frac{1}{2}x - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-4 \end{cases}$

Thế $x=2$ vào (D): $y = \frac{1}{2}x - 2$, ta được $y = -1$

Thế $x=-4$ vào (D): $y = \frac{1}{2}x - 2$, ta được $y = -4$

Vậy giao điểm của (P) và (D) là $(2; -1), (-4; -4)$

Câu 3:

a) Điều kiện: $x \neq 0, x \neq -4$

$$\begin{cases} \frac{9}{x^2+4x} + 2y = 1 \\ (x+2)^2 - 8y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{x^2+4x} + 2y = 1 \\ x^2 + 4x + 4 - 8y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{36}{x^2+4x} + 8y = 4 \\ x^2 + 4x + 4 - 8y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{36}{x^2+4x} + 8y = 4 \\ (x^2+4x) - 8y = -19 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{36}{x^2+4x} + x^2 + 4x = -15 \\ (x^2+4x) - 8y = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2+4x)^2 + 15(x^2+4x) + 36 = 0 \\ (x^2+4x) - 8y = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2+4x+3)(x^2+4x+12) = 0 \\ (x^2+4x) - 8y = -19 \end{cases}$$

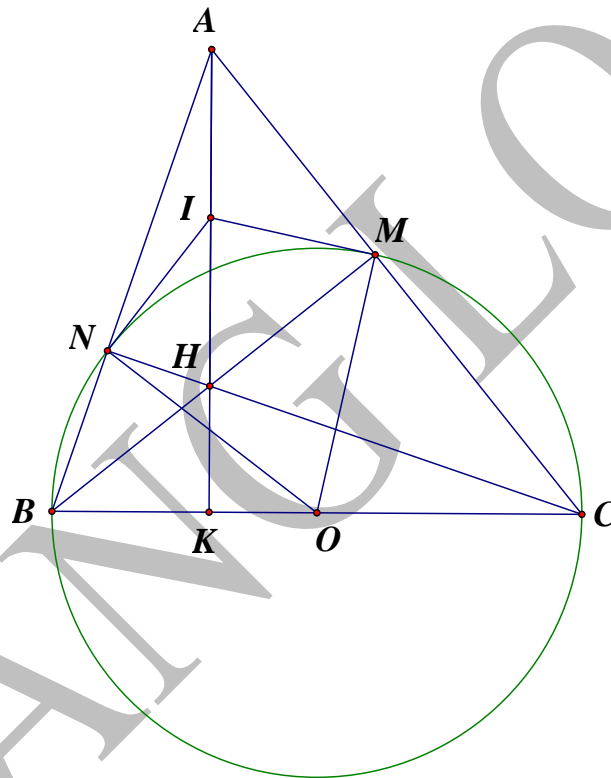
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x+3)[(x+2)^2+8]=0 \\ (x^2+4x)-8y=-19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \\ (x^2+4x)-8y=-19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ x=-3 \\ y=2 \end{cases}$$

b) $(x^2-x+1)^4 + 4x^2(x^2-x+1)^2 = 5x^4 \Leftrightarrow (x^2-x+1)^4 + 4x^2(x^2-x+1)^2 + 4x^4 = 9x^4$

$$\Leftrightarrow [(x^2-x+1)+2x^2]^2 = (3x^2)^2 \Leftrightarrow (3x^2-x+1)^2 = (3x^2)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-x+1=3x^2 \\ 3x^2-x+1=-3x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \left(x-\frac{1}{12}\right)^2 + \frac{23}{144} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

Câu 3:



a)

Ta có: $\angle BNC = 90^\circ; \angle BMC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

ΔABC có BM, CN là hai đường cao cắt nhau tại $H \Rightarrow H$ là trực tâm của ΔABC

$\Rightarrow AK$ là đường cao của ΔABC . Vậy $AK \perp BC$

Xét ΔANH và ΔAKB , ta có: $\begin{cases} \angle NAH = \angle BAK \text{ (góc chung)} \\ \angle ANH = \angle AKB (= 90^\circ) \end{cases}$

$$\Rightarrow \Delta ANH \sim \Delta AKB \Rightarrow \frac{AN}{AK} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AN \cdot AB = AH \cdot AK$$

Cmtt có: $AM \cdot AC = AH \cdot AK$. Vậy $AN \cdot AB = AM \cdot AC = AH \cdot AK$

b) ΔNAH vuông tại N , NI là đường trung tuyến $\Rightarrow IN = IA \Rightarrow \Delta INA$ cân tại $I \Rightarrow \angle INA = \angle IAN$

Mặt khác $OB = ON (=R) \Rightarrow \Delta OBN$ cân tại $O \Rightarrow \angle ONB = \angle OBN$

Mà $\angle BAK = \angle ABK = 90^\circ$ ($\triangle KAB$ vuông tại K) nên $\angle INA + \angle ONB = 90^\circ$

Do đó: $\angle INO = 180^\circ - (\angle INA + \angle ONB) = 90^\circ$. Cmtt $\angle IMO = 90^\circ$

Tứ giác $OMIN$ có $\angle INO + \angle IMO = 180^\circ$ nên tứ giác $OMIN$ nội tiếp.

Vậy O, N, M, I cùng thuộc một đường tròn.

c)

Ta có: $\angle INO = \angle IKO = 90^\circ \Rightarrow I, N, K, O$ cùng thuộc một đường tròn. Mà O, N, M, I cùng thuộc một đường tròn (cm câu b). Nên I, N, K, O, M cùng thuộc một đường tròn.

Vậy tứ giác $MOKN$ nội tiếp.

d)

Ta có: $BN = BM$ (gt) $\Rightarrow \angle BCN = \angle ACN$

$\triangle ABC$ có CN là đường phân giác ($\angle BCN = \angle ACN$) và là đường cao ($CN \perp AB$) $\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại C

$\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại $C \Rightarrow BC = AC; AN = BN = \frac{AB}{2} \Rightarrow AN = 2\sqrt{5}\text{cm}; AB = 4\sqrt{5}\text{cm}; AM = BC - 6(\text{cm})$

Ta có: $AN \cdot AB = AM \cdot AC$ (cma) $\Rightarrow 2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5} = (BC - 6) \cdot BC \Rightarrow BC^2 - 6BC - 40 = 0$

$\Rightarrow (BC - 10)(BC + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 10(\text{nhận}) \\ BC = -4(\text{loại}) \end{cases}$ Vậy $BC = 10\text{cm}$.

 **HẾT** 